



河北省普通高等学校对口招生考试复习指导丛书

河北省普通高等学校对口招生考试复习指导丛书

数学教材考点知识梳理

河北教育出版社



总主编 吴书灵



主 编 杨秀云 吴书灵 刘 丹
副主编 朱英涛 高胜才 余红梅
张喜忠 吴利兵

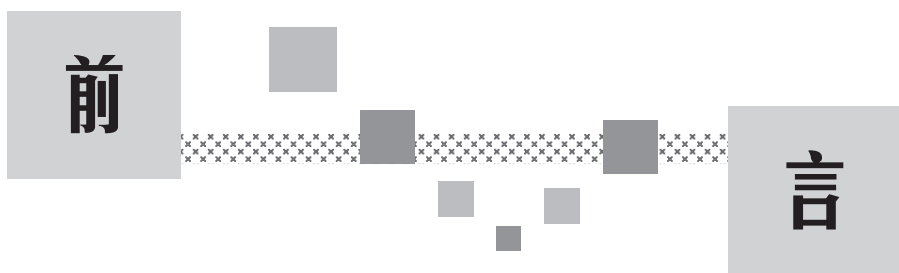
教材考点知识梳理

数学对口招生 成功者的好帮手
新手走向高等学府的必备指导

- 环环相扣
- 招招相精
- 自招我训
- 轻松上彩



河北教育出版社



为了帮助参加河北省普通高等学校对口招生考试的广大考生在复习的最后冲刺阶段体验高考的实战情境，在高考中取得好成绩，我们按照最新颁布的《河北省普通高等学校对口招生考试大纲》精心编写了本套书。

本套书是专门针对对口招生考试“三轮”复习设计编写的。本书属于第一轮复习内容。“三轮”复习循序渐进，有目的、有计划、系统全面地复习，使学生对知识点掌握得更加牢固。

本复习教材的指导思想是，在把握知识重点、难点的基础上，强化基础知识、基本能力的训练，并在知识运用的灵活性上做了一些尝试，旨在通过一定知识量的训练，使学生较系统地把握教材的基本思想、知识和基本方法，进而提高其数学水平。

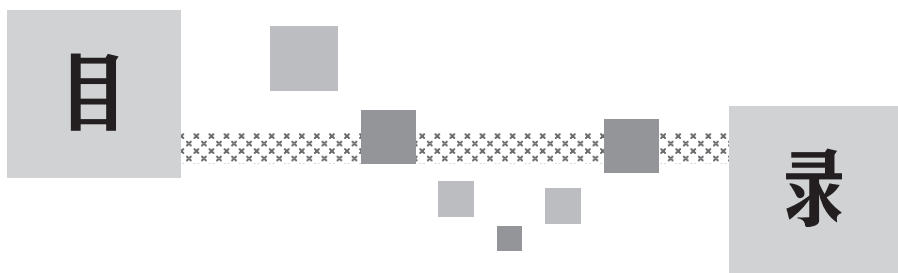
本复习教材分“基础模块（上）”“基础模块（下）”和“拓展模块”三部分来编写的，按照新教材章节的顺序，以节为单位，进行了略微的调整。每节内容包括“考点详解”“典例解析”“名师助学”“走向考场”“考题回顾”五部分，每章开始配备了“考纲要求”和“知识梳理”，每章结尾按照对口招生考试试题的容量和形式配备了达标检测。本书本着“注重基础，突出应用，精选内容，强化训练”的原则，力争做到“由浅入深，循序渐进”，以符合中等职业学校学生的认知过程和接受能力。

本书共分十三章，每章的例题和练习题都经过了精心的筛选，解题前的分析和解题后的点评，以及“名师助学”，能够很好地帮助学生掌握解题思路 and 注意解题中遇到的各种问题。每节后面都配备了“走向考场”，所选题目知识覆盖面广，注重了常用方法和基本能力的训练。本书可作为中等职业学校教师的复习教学用书，也可作为一、二年级学生平时学习参考，更适合参加对口招生考试的学生综合复习之用。

由于时间仓促和水平有限，书中难免存在不足和疏漏之处，敬请广大教师和学生批评指正。

编 者

2020 年 3 月



第一部分 基础模块（上册）

第一章 集合	1
1.1 集合的概念与集合之间的关系	2
1.2 集合的运算	8
1.3 充要条件	16
第一章达标检测	20
第二章 不等式	24
2.1 不等式的性质和区间	24
2.2 一元二次不等式	29
2.3 含有绝对值的不等式	35
第二章达标检测	39
第三章 函数	43
3.1 函数的概念及表示法	43
3.2 函数的性质	50
3.3 函数的实际应用	59
第三章达标检测	69
第四章 指数函数和对数函数	73
4.1 实数指数幂	74
4.2 指数函数	79
4.3 对数	84
4.4 对数函数	88
第四章达标检测	95

第五章 三角函数	98
5.1 角的概念推广及弧度制	99
5.2 任意角的正弦函数、余弦函数和正切函数	104
5.3 同角三角函数的基本关系	109
5.4 诱导公式	115
5.5 三角函数的图象和性质	121
第五章达标检测	129

第二部分 基础模块（下册）

第六章 数列	133
6.1 数列的概念	134
6.2 等差数列	139
6.3 等比数列	146
第六章达标检测	155
第七章 平面向量	159
7.1 平面向量的概念及线性运算	159
7.2 平面向量的坐标表示	165
7.3 平面向量的内积	170
第七章达标检测	176
第八章 直线与圆的方程	180
8.1 直线方程	181
8.2 两条直线的位置关系	188
8.3 圆	195
第八章达标检测	203
第九章 立体几何	206
9.1 平面的基本性质	207
9.2 直线与直线、直线与平面、平面与平面平行的判定与性质	215
9.3 直线与直线、直线与平面、平面与平面所成的角	226
直线与直线、直线与平面、平面与平面垂直的判定与性质	238
第九章达标检测	253

第十章 概率和统计初步	258
10.1 计数原理	258
10.2 概率	263
第十章达标检测	272

第三部分 拓展模块

第十一章 三角公式及应用	276
11.1 两角和与差的正弦公式与余弦公式	276
11.2 正弦型函数	284
11.3 正弦定理与余弦定理	295
第十一章达标检测	302
第十二章 椭圆、双曲线、抛物线	307
12.1 椭圆	307
12.2 双曲线	317
12.3 抛物线	325
第十二章达标检测	334
第十三章 概率与统计	338
13.1 排列与组合	339
13.2 二项式定理	352
13.3 离散型随机变量及其分布	360
13.4 二项分布	367
第十三章达标检测	376
参考答案	381



第一部分

基础模块（上册）

第一章 集 合

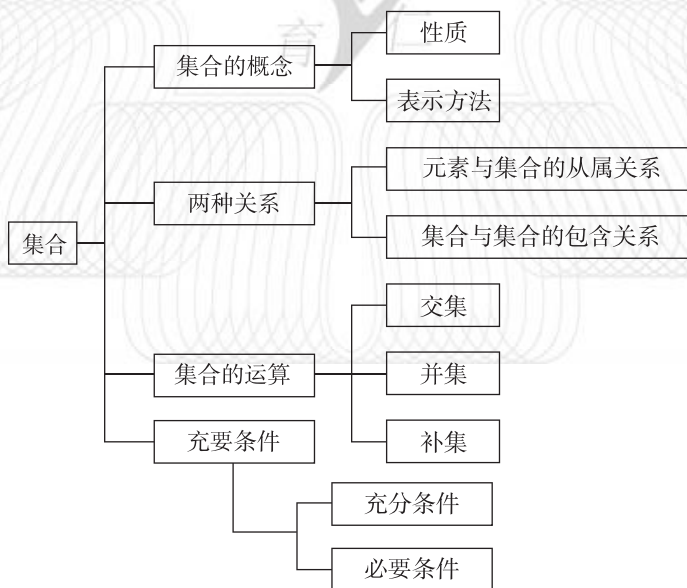


考纲要求

1. 理解集合、元素的概念及二者的关系，掌握常用数集的字母表示.
2. 掌握集合的两种表示方法：列举法和性质描述法.
3. 掌握集合之间的关系（子集、真子集、相等）.
4. 了解空集的意义，掌握空集符号“ $\emptyset$ ”.
5. 掌握集合的运算：交、并、补.
6. 理解“充分条件”“必要条件”“充要条件”的意义.



知识梳理





1.1 集合的概念与集合之间的关系



考点详解

1. 集合概念：由一些确定的对象组成的一个整体叫作集合，简称集，常用大写的拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 来表示。

2. 元素：组成集合的每一个对象叫作这个集合的元素，常用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 来表示。

3. 集合中的元素具有以下特征。

(1) 确定性：对于一个给定的集合，任何一个对象要么是这个集合的元素，要么不是它的元素，这是集合最基本的特征。

(2) 互异性：集合中任何两个元素都是能区分的（即互不相同），相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。即集合中的元素是没有重复现象的。

(3) 无序性：在一个集合中通常不考虑它的元素之间的顺序，也就是说，由 a, b 两个元素组成的集合与 b, a 两个元素组成的集合是相同的，即 $\{a, b\} = \{b, a\}$ 。

4. 几个常用的数集：①自然数集： $\mathbf{N}$ ($0 \in \mathbf{N}$)；②正整数集： $\mathbf{N}^*$ ；③整数集： $\mathbf{Z}$ ；④有理数集： $\mathbf{Q}$ ；⑤实数集： $\mathbf{R}$ 。

5. 空集：不含任何元素的集合叫作空集，记作 $\emptyset$ 。

6. 集合和元素的关系：如果 a 是集合 A 的一个元素，就说 a 属于 A ，记作 $a \in A$ ；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A ，记作 $a \notin A$ 。

7. 集合的分类：①集合按元素的多少可分为有限集和无限集，含有有限个元素的集合叫有限集，含无限个元素的集合叫无限集。②集合按元素的特征可分为：数集，点集，图集。

8. 集合的表示方法。

(1) 列举法：当集合中的元素不多时，常常把集合中的元素一一列举出来，元素与元素之间用逗号分开，写在大括号内表示这个集合，这种表示集合的方法叫列举法。如由 1, 2, 3 三个元素组成的集合表示为 $\{1, 2, 3\}$ 。

注：当用列举法表示一个数集且元素较多时，常按规律写出前几个元素，然后用省略号。如： $\{2, 4, 6, \dots, 20, 22\}$ 。

(2) 描述法：把集合中的元素所具有的共同性质描述出来，写在大括号内。它的一般形式为 $\{x | p(x)\}$ ，其中前面的 x 表示集合中的元素，而后面的 $p(x)$ 表示集合中元素 x 的公共属性，例如： $\{x | 1 \leq x < 3\}$ 表示不小于 1 且小于 3 的所有实数组成的集合。

注：①列举法和描述法中的“ $\{ \}$ ”都有“全体”的含义，如 $\{\text{全体实数}\}$ 中的“全体”二字是多余的，应改为 $\{\text{实数}\}$ ；②“ $|$ ”和大括号不能去掉不写；③注意 0, $\{0\}$, $\emptyset$ 的区别。0 表示 1 个元素， $\{0\}$ 表示含有 0 这个元素的集合， $\emptyset$ 是不含任何元素的集合。

(3) 区间表示法。如：用开区间 (a, b) 表示 $\{x | a < x < b\}$ ，闭区间如： $[a, b]$ 表示 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 。

(4) Venn 图示法，如“book 中的字母”构成一个集合： b, o, k 。画为 $\{b, o, k\}$ 。

9. 子集：一般地，如果集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫作集合 B 的一个子集，记作 $A \subseteq B$ 。它下面的性质。



- (1) 空集是任意集合的子集, $\emptyset \subseteq A$.
- (2) 任何一个集合都是它本身的子集, $A \subseteq A$.
- (3) 集合的传递性. 若 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$.
- (4) 含有 n 个元素的集合有 2^n 个子集, 有 $(2^n - 1)$ 个真子集, 有 $(2^n - 2)$ 个非空真子集.

10. 真子集: 如果 A 是 B 的子集, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫作集合 B 的真子集, 记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$). 真子集有下面的性质.

- (1) 空集是任何一个非空集合的真子集. 即 $\emptyset \subsetneq A$ ($A \neq \emptyset$).
- (2) 若 $A \subsetneq B$, $B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.
- (3) 常用集合之间的关系: $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z} \subseteq \mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$.

11. 集合相等: 对于两个集合 A 与 B , 如果 $A \subseteq B$, 同时 $B \subseteq A$, 那么就说这两个集合相等, 记作 $A = B$.

如: 集合 $\{x | x^2 = 1\}$ 与集合 $\{-1, 1\}$ 相等; 又如: $\{x | x^2 - x + 1 = 0\} = \emptyset$.

12. 常见的集合表示.

- (1) 方程的解集: $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 或 $\{1, 2\}$, 一般用列举法表示.
- (2) 方程组的解集: $\left\{ (x, y) \left| \begin{cases} x - 2y = 1, \\ x + 3y = 6 \end{cases} \right. \right\} = \left\{ (x, y) \left| \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \right. \right\}$ 或 $\{(3, 1)\}$, 一般用后者表示.
- (3) 不等式的解集: $\{x | 3 \leq x < 5\}$ 或 $[3, 5)$, 一般用区间表示.
- (4) 点集: 如① $\{(x, y) | y = 2x + 1\}$ 表示直线; ② $\{(x, y) | x > 0 \text{ 且 } y > 0\}$ 表示第 1 象限内的所有点构成的集合.
- (5) 三角函数中角的集合表示: 如 $M = \{\alpha | 2k\pi < \alpha < 2k\pi + \pi, k \in \mathbf{Z}\}$.



典例解析

【例 1】下列关系式 ① $\emptyset$ 没有子集; ② 任何集合都有真子集; ③ $\{0\} \supsetneq \emptyset$; ④ $0 \notin \emptyset$; ⑤ $\emptyset \neq \{0\}$; ⑥ $\emptyset$ 是任何集合的子集, 其中正确的个数是 ().

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 小于 4

分析: 要解此题, 需弄清楚各符号的含义. 0 : 数字 0 ; $\emptyset$: 空集是集合; $\{0\}$: 含有一个元素 0 的集合; 空集有子集, 空集的子集是 $\emptyset$; 空集没有真子集; 空集是任何集合的子集; 空集是任何非空集合的真子集.

解: ③④⑤⑥均正确, ①②错误, 故选 C.

【例 2】设 $M = \{x | x > 3\}$, $a = 2\sqrt{3}$, 则有 ().

- A. $a \in M$ B. $a \subseteq M$ C. $a \notin M$ D. $\{a\} \in M$

分析: 题目主要考查元素与集合之间的关系. B. D 对有关符号的使用都是不正确的, 又 $2\sqrt{3} = \sqrt{12} > \sqrt{9} = 3$, 所以选 A.

【例 3】用适当的方法表示下列集合.

- (1) 大于 3 小于 11 的全体偶数.
- (2) 方程 $x^2 = 4$ 的解集.
- (3) 方程组 $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$ 的解集.
- (4) 不大于 3 的全体实数.
- (5) 直角坐标平面内第二象限内的所有点.



【分析】用列举法表示集合要先求出集合中的元素，有限集与有规律的无限集常用列举法，无限集常用描述法．描述法表示集合时，集合表示的意义取决于它的“代表”元素，如：

$A = \{x \mid y = \sqrt{x-2}\}$ 表示函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的定义域；

$B = \{y \mid y = \sqrt{x-2}\}$ 表示函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的值域；

$C = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x-2}\}$ 表示点集．

【解答】(1) 大于3小于11的偶数为：4, 6, 8, 10，故大于3小于11的所有偶数组成的集合为 $\{4, 6, 8, 10\}$ ．

(2) 解方程 $x^2 = 4$ ，得 $x_1 = 2$, $x_2 = -2$ ，所以方程的解集为 $\{-2, 2\}$ ．

(3) 解方程组 $\begin{cases} x+y=5, \\ 2x-3y=-5, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=2, \\ y=3, \end{cases}$ 所以方程组的解集为 $\{(2, 3)\}$ ．

(4) $\{x \mid x \leq 3, x \in \mathbf{R}\}$ ．或写为 $\{x \mid x \leq 3\}$ ．(写集合时 $x \in \mathbf{R}$ 常可以省略不写)

(5) $\{(x, y) \mid x < 0 \text{ 且 } y > 0\}$ ．

【例4】已知集合 $A = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, $B = \{x \mid ax + 1 = 0\}$ ，且 $B \subsetneq A$ ，求 a 的值．

【分析】由 $B \subsetneq A$ 可知 B 中所有元素都在 A 中，需注意 B 为空集的时候．

【解答】由已知，得 $A = \{-3, 2\}$ ，

$\because B \subsetneq A$ ，

$\therefore B = \emptyset$ 或 $B = \{-3\}$ 或 $B = \{2\}$ ．

当 $B = \emptyset$ 时，方程 $ax + 1 = 0$ 无解，得 $a = 0$ ．

当 $B = \{-3\}$ 时，方程 $ax + 1 = 0$ 的解是 $x = -3$ ，得 $a = \frac{1}{3}$ ．

当 $B = \{2\}$ 时，方程 $ax + 1 = 0$ 的解是 $x = 2$ ，得 $a = -\frac{1}{2}$ ．

综上， a 的值为 $0, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$ ．

【例5】已知 $A = \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+1\}$ ，且 $1 \in A$ ，求实数 a 的值．

【分析】 $1 \in A \Rightarrow a+2=1$ 或 $(a+1)^2=1$ 或 $a^2+3a+1=1$ ．

对于此类题目，在求出 a 的多个值后，一定要根据元素的互异性代入检验．

【解答】由 $a+2=1$ 或 $(a+1)^2=1$ 或 $a^2+3a+1=1$ 得： $a=-1$ 或 $a=0$ 或 $a=-2$ 或 $a=-3$ ，根据元素的互异性知 $a=0$ 时不成立，所以 $a=-1$ 或 $a=-2$ 或 $a=-3$ ．

【例6】已知集合 $A = \{x \mid ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ ．

(1) 若 A 是空集，求 a 的取值范围．

(2) 若 A 中只有一个元素，求 a 的值，并把这个元素表示出来．

(3) 若 A 中至多只有一个元素，求 a 的取值范围．

【分析】 A 是方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 在实数范围内的解集． A 是空集，即此方程无解． A 中只有一个元素，即方程只有一解或两个相等的实数根．至多只有一个元素包含两种情况：无元素或只有一个元素．

【解答】(1) A 是空集，即方程 $ax^2 - 3x + 2 = 0$ 无解，当 $a=0$ 时，方程解为 $x = \frac{2}{3}$ ，故 $a \neq 0$ ．

当 $a \neq 0$ 时，方程为一元二次方程，由 $\Delta = (-3)^2 - 8a < 0$ ， $\therefore a > \frac{9}{8}$ ．

即 $\left\{a \mid a > \frac{9}{8}\right\}$ 或 $\left(\frac{9}{8}, +\infty\right)$ ．

(2) 当 $a=0$ 时，方程只有一个解为 $x = \frac{2}{3}$ ．



当 $a \neq 0$, 必有 $\Delta = (-3)^2 - 8a = 0$, $\therefore a = \frac{9}{8}$, 此时方程的解为 $x = \frac{4}{3}$.

$\therefore$ 当 $a = 0$, A 中元素为 $\frac{2}{3}$, 即 $A = \{\frac{2}{3}\}$

当 $a = \frac{9}{8}$ 时 A 中元素为 $\frac{4}{3}$, 即 $A = \{\frac{4}{3}\}$.

(3) 若 A 中至多只有一个元素, 则 A 是空集或 A 中只有一个元素, 由 (1) (2) 知,

$a = 0$ 或 $a \geq \frac{9}{8}$. 即 $\{a \mid a = 0 \text{ 或 } a \geq \frac{9}{8}\}$.

【例 7】已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9, 10\}$. 集合 M 满足 $A \subsetneq M \subseteq B$, 这样的集合 M 共有 ().

A. 7 个

B. 255 个

C. 256 个

D. 254 个

【分析】集合 M 应是集合 A 与集合 $\{3, 4, 5, \dots, 9, 10\}$ 的非空子集的并集, 所以求集合 M 个数即为求集合 $\{3, 4, 5, \dots, 9, 10\}$ 的非空子集的个数. 集合 M 的构成方法是解决问题的关键. 含有 n 个元素的有限集合, 共有 2^n 个子集, $(2^n - 1)$ 个真子集, $(2^n - 2)$ 个非空真子集.

【解答】对于集合 $\{3, 4, 5, \dots, 9, 10\}$ 中的每个元素可以出现在子集中, 也可以不全出现在子集中, 即每个元素都有取与不取两种可能, 由于非空子集. 不能全部不取; 所以非空子集个数为: $2^8 - 1 = 255$ 个, 故选 B. 归纳此类问题还可以有以下四种情况: ① $A \subseteq M \subseteq B$ 时, M 的个数为 2^n 个; ② $A \subsetneq M \subseteq B$ 时, M 的个数为 $2^n - 1$ 个; ③ $A \subseteq M \subsetneq B$ 时, M 的个数为 $2^n - 1$ 个; ④ $A \subsetneq M \subsetneq B$ 时, M 的个数为 $2^n - 2$ 个. (n 为 B 中元素个数 $- A$ 中元素个数).



名师助学

- 元素与集合之间的关系是从属关系, 只有属于或不属于两种, 二者必居其一.
- 集合与集合的关系是包含关系, 集合 A 是集合 B 的子集包含两种情况: ① A 是 B 的真子集; ② $A = B$.
因此, 当解题中出现 $A \subseteq B$ 时, 要讨论 $A = B$ 和 A 为 $\emptyset$ 的情况.
- 符号 " $\subseteq$ " 表明两种情况: $A \subsetneq B$ 或 $A = B$, 因此如果 A 是 B 的子集, 则 A 不一定是 B 的真子集; 而如果 $A \subsetneq B$, 则一定有 $A \subseteq B$; 如果 $A = B$ 则有 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$.
- 空集的符号用 $\emptyset$, 不用 $\{\emptyset\}$ 或 {空集}, 要正确区分 0 , $\{0\}$, $\emptyset$, $\{\emptyset\}$.
- 用列举法表示集合时要注意: 元素不重复、不遗漏、不计顺序, 集合元素的互异性也是需要特别注意的一个方面, 在解题中往往需要讨论.
- 方程和方程组的解集常用列举法表示, 不等式的解集常用区间来表示.



定向考场

一、选择题

1. 下列各组对象能形成集合的是 ().

A. 最大的正数

B. 甲班上较高的学生

C. 平方等于 1 的数

D. 接近 1 的数

2. 下列关系式中, 错误的是 ().

A. $0 \in \{0\}$

B. $\emptyset \subsetneq \{0\}$

C. $\emptyset \in \{0\}$

D. $0 \notin \emptyset$



3. 给出下列四个命题, 正确的个数为 ().
- ① $\{2, 3, 4, 3\}$ 是由 4 个元素组成的集合;
 ② 集合 $\{0\}$ 表示不含有元素的集合;
 ③ 集合 $\{(1, 2, 3)\}$ 与 $\{(2, 1, 3)\}$ 是相同的集合;
 ④ 集合 $\{x | x < 100, x \in \mathbf{N}\}$ 中元素个数是 100.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 设集合 $M = \{x | x \leq \sqrt{17}\}$, $a = 4\sqrt{2}$, 则 ().
- A. $a \in M$ B. $a \notin M$ C. $a = M$ D. $a \subseteq M$
5. 若集合中有元素 1, 3, x^2 三个元素, 则 x 应满足的 ().
- A. $x \neq 1$ 且 $x \neq \sqrt{3}$ B. $x \neq \pm\sqrt{3}$ C. $x \neq \pm 1$ D. $x \neq \pm 1$ 且 $x \neq \pm\sqrt{3}$
6. 集合 $\{x | (x+1)(x^2-3x+2)=0\}$ 可用列举法表示为 ().
- A. $\{-2, 1\}$ B. $\{-2, -1, 1\}$ C. $\{-1, 2\}$ D. $\{-1, 2, 1\}$
7. 如果集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$ 中只有一个元素, 则 a 的值是 ().
- A. 0 B. 0 或 1 C. 1 D. 不能确定
8. 设集合 $M = \{1, 2, m^2 - 3m - 1\}$, $N = \{-1, 3\}$, 且 $M \cap N = \{3\}$, 则 m 的值为 ().
- A. -1 或 4 B. 1 或 -4 C. -1 D. 4
9. 集合 $M = \{(x, y) | x \cdot y > 0\}$ 是指 ().
- A. 第一象限内点 B. 第二、四象限内点
 C. 第一、三象限内点 D. 不在二、四象限内点
10. 有下列说法① $0 \subseteq \emptyset$; ② $\emptyset \subsetneq \{0\}$; ③ 集合 $\{x | x^2 - 2x + 1 = 0\}$ 有两个元素; ④ 集合 $B = \{x | \frac{100}{x} \in \mathbf{N}, x \in \mathbf{Z}\}$ 为无限集. 其中正确的个数 ().
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
11. 下列集合中, 表示同一集合的是 ().
- A. $M = \{(3, 2)\}$, $N = \{(2, 3)\}$
 B. $M = \{3, 2\}$, $N = \{2, 3\}$
 C. $M = \{x | y = x^2 + 1\}$, $N = \{y | y = x^2 + 1\}$
 D. $M = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$, $N = \{(y, x) | y = x^2 + 1\}$
12. 集合 $A = \{x | (x-2)(x+1) \leq 0, x \in \mathbf{N}\}$ 的子集的个数为 ().
- A. 3 B. 4 C. 8 D. 16
13. 已知 $A = \{x | x^2 + (a-2)x + a^2 - 4 = 0\} = \{0\}$, 则 a 的值为 ().
- A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 4
14. 下列集合中不是空集的是 ().
- A. $\{(x, y) | x^2 + |y| = 0\}$ B. $\{x | x^2 + 2x + 2 = 0\}$
 C. $\{x | e^x = 0\}$ D. $\{x | |x| < 0\}$
15. 如果集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ 中至少有一个元素, 则 a 的取值范围是 ().
- A. $\{a | a \leq \frac{9}{8}\}$ B. $\{0, \frac{9}{8}\}$
 C. $\{a | a = 0 \text{ 或 } a \geq \frac{9}{8}\}$ D. $\{a | a = 0 \text{ 或 } a \leq \frac{9}{8}\}$

二、填空题

1. 集合 $m = \{0, 1, 3, 5\}$, 则集合 m 中包含 0 的子集的个数为_____个.



2. 设集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围是_____.
3. 设集合 $S = \{x | x > 5 \text{ 或 } x < -1\}$, $T = \{x | a < x < a + 8\}$, $S \cup T = \mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是_____.
4. 若集合 $\{x | x^2 + ax + 1 \geq 0\} = \mathbf{R}$, 则实数 a 的范围是_____.
5. 9 的平方根组成的集合为_____.
6. 平面内第二象限的点集可表示为_____.
7. $\{0\}$ _____ $\emptyset$, $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$ _____ $\{x | x^2 = 2\}$, $\mathbf{Q}$ _____ $\mathbf{Z}$.
8. 已知集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 M 的真子集有_____个.
9. 已知 $x \in \{0, 4, x^2\}$, 则 $x =$ _____.
10. 已知集合 $A = \{x | x \leq 1\}$, $B = \{x | x > a\}$, 且 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围是_____.
11. 已知集合 $A = \{x | x^2 = 4\}$, $B = \{x | ax = -2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则 $a =$ _____.
12. 若集合 A 满足 $\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则满足该条件的集合 A 的个数是_____.
13. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{y | y = x^2, x \in A\}$, 则 B 的子集有_____个.
14. 已知集合 $A = \{x | kx^2 + 2kx + 3 = 0\} = \emptyset$, 则 k 的取值范围是_____.
15. 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 4\}$, $B = \{x | a < x < 6 - a\}$, 且 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

1. 集合 $A = \{x | ax + b = 0\}$ 在 a, b 取何值时集合 A 为有限集, 无限集, 空集?

2. 已知 $A = \{1, a^2 + 1, a^2 - 3a - 2\}$, 且 $-2 \in A$, 求 a 的值.

3. 设 $A = \{x | x^2 + px + q = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, 要使 $A \subsetneq B$, 求 p, q 的值.

4. 已知 $M = \{2, a, b\}$, $N = \{2a, 2, b^2\}$, 且 $M = N$, 求 a, b 的值.

5. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 4x + p < 0\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, 且 $A \subseteq B$, 求实数 p 的范围.



6. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 4 < 0\}$, $B = \{x | |x - 1| < a\}$, 且 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.

7. 集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | ax^2 + 10x - 12 = 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 求 a 的取值范围.



考题回顾

- (2012 年) 已知集合 $M = \{2, 3, a^2\}$, $N = \{2, 3, 2a - 1\}$, 若 $M = N$, 则 $a =$ ().
A. ± 1 B. 1 C. -1 D. 0
- (2014 年) 设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 1\}$, 则下列关系正确的是 ().
A. $0 \subseteq M$ B. $\{0\} \in M$ C. $\{0\} \subseteq M$ D. $M = \emptyset$
- (2017 年) 已知集合 $A = \{x | kx^2 + 5x + 2 = 0\}$, 若 $A \neq \emptyset$, 且 $k \in \mathbf{N}$, 求 k 的所有值组成的集合.

- (2019 年) 设集合 $A = \{b, c, d\}$, 则集合 A 的子集共有 ().
A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个
- (2020 年) 下列集合中不是空集的是 ().
A. $\{(x, y) | |x| + |y| = 0\}$ B. $\{x | x^2 + 4x + 5 = 0\}$
C. $\{x | e^2 < 0\}$ D. $\emptyset$
- (2020 年) 若 $\{2a, a^2 + 1\}$ 为一个集合, 则 a 的取值范围是_____. (用区间表示)

1.2 集合的运算



考点详解

1. 交集: 一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由既属于集合 A 又属于集合 B 的所有元素组成的集合, 叫作 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 用描述法表示为:

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$



阴影部分表示下图中两个集合的交集:



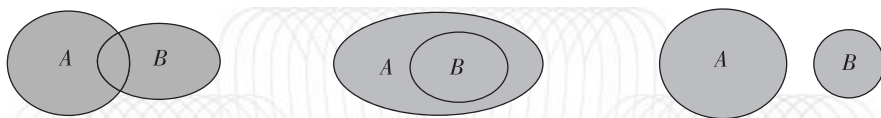
2. 交集的运算性质: ① $A \cap A = A$; ② $A \cap \emptyset = \emptyset$; ③ $A \cap B = B \cap A$; ④ $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$; ⑤ $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$.

3. 并集: 一般地, 对于两个给定的集合 A, B , 由属于集合 A 或者属于集合 B 的所有元素组成的集合, 叫作 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 用描述法表示为:

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

“ $x \in A$ 或 $x \in B$ ” 包括三种情况: $x \in A$ 但 $x \notin B$; $x \in B$ 但 $x \notin A$; $x \in A$ 且 $x \in B$, 也就是说 $A \cup B$ 是 A, B 的所有元素并在一起构成的集合. (相同的元素只写一次)

阴影部分表示下图中两个集合的并集:



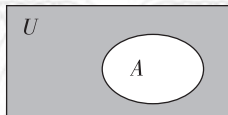
4. 并集的运算性质: ① $A \cup A = A$; ② $A \cup \emptyset = A$; ③ $A \cup B = B \cup A$; ④ $A \subseteq A \cup B, B \subseteq A \cup B$; ⑤ $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$.

5. 补集.

(1) 全集: 研究集合与集合之间的关系时, 若一些集合都是某给定集合的子集, 那么这个给定的集合叫作这些集合的全集, 常用“ U ”表示, 在研究数集时, 常常把实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集.

(2) 补集: 若 A 是全集 U 的一个子集, 由 U 中不属于 A 的所有元素组成的集合, 叫作集合 A 在 U 中的补集, 记作 $\complement_U A$. 即 $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

阴影部分表示右图中集合 A 的补集:



6. 补集的性质: ① $A \cup \complement_U A = U$; ② $A \cap \complement_U A = \emptyset$; ③ $\complement_U(\complement_U A) = A$; ④ $\complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$; ⑤ $\complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$.



典例解析

【例1】设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U A \cup \complement_U B$ 等于 ().

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

【分析】(1) 集合间的运算需转化为集合中元素间的关系.

(2) 应用补集性质: $\complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$; $\complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$.

解法一: $\complement_U A = \{4\}$, $\complement_U B = \{0, 1\}$, $\complement_U A \cup \complement_U B = \{0, 1, 4\}$, 故选 C.

解法二: $A \cap B = \{2, 3\}$, 而 $\complement_U A \cup \complement_U B = \complement_U(A \cap B) = \{0, 1, 4\}$, 故选 C.

【例2】已知 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 求 $A \cap B$.

【分析】求 $A \cap B$, 就是求方程组的解集, 要先解方程组, 然后表示成集合.

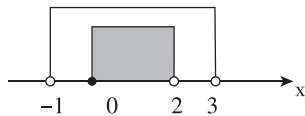


【解答】解方程组 $\begin{cases} 4x+y=6, \\ 3x+2y=7, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=1, \\ y=2, \end{cases}$ 所以 $A \cap B = \{(1, 2)\}$.

【例3】设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 求 $M \cap N$, $M \cup N$.

【分析】由集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ 的定义, 解一元二次不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$, 得 $N = \{x | -1 < x < 3\}$, 画出数轴, 利用图形求解. 把集合化简, 然后借助数轴作图, 方便简单, 直观明了.

【解答】如图所示, 在同一数轴中画出 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, $N = \{x | -1 < x < 3\}$, 则 $M \cap N = M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, $M \cup N = N = \{x | -1 < x < 3\}$.



【例4】设集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$.

(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 m 的取值范围.

(2) 若 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.

【分析】结合 A 为已知集合, 集合 B 为未知, 由两个集合的运算推算未知数的取值范围是考试中经常出现的题目, 做此类题目的关键是注意两个集合之间的关系, 最简单的方法是画数轴, 由于 $A \cap B = \emptyset$, 所以 A, B 之间没有交集, 进而求出未知数的关系, 一定要注意边界是否能够取到. 第二步也是如此推理.

【解答】(1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $B = \emptyset$ 或 $B \neq \emptyset$.

当 $B = \emptyset$ 时, $m+1 > 2m-1$ 得 $m < 2$,

当 $B \neq \emptyset$ 时, ① $\begin{cases} m+1 \leq 2m-1, \\ m+1 > 5, \end{cases}$ 得 $m > 4$,

② $\begin{cases} m+1 \leq 2m-1, \\ 2m-1 < -2, \end{cases}$ 得 m 无解.

综上可得 $m \in \{m | m < 2 \text{ 或 } m > 4\}$.

(2) 若 $A \cup B = A$, 则 $B \subseteq A$,

当 $B = \emptyset$ 时, 得 $m < 2$,

当 B 不为空集时, $\begin{cases} m+1 \geq -2, \\ 2m-1 \leq 5, \\ m+1 \leq 2m-1, \end{cases}$ 得 $2 \leq m \leq 3$.

$\therefore m$ 的取值范围为 $\{m | m \leq 3\}$.

【例5】已知 $A = \{x | 2x^2 + x + m = 0\}$, $B = \{2x^2 + nx + 2 = 0\}$, 且 $A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, 求 $A \cup B$.

【分析】由集合的运算性质可知两集合的交集是他们的子集, 即交集中的元素属于两集合共有, 进而把公共元素代入两个集合可以求出未知数.

【解答】 $\because A \cap B = \left\{\frac{1}{2}\right\}$, $\therefore x = \frac{1}{2}$ 既是方程 $2x^2 + x + m = 0$ 的解, 又是方程 $2x^2 + nx + 2 = 0$ 的解, 把 $x = \frac{1}{2}$ 分别代入上面两个方程中得 $m = -1$, $n = -5$,

故 $A = \{x | 2x^2 + x + m = 0\} = \{x | 2x^2 + x - 1 = 0\} = \left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$,

$B = \{x | 2x^2 + nx + 2 = 0\} = \{x | 2x^2 - 5x + 2 = 0\} = \left\{2, \frac{1}{2}\right\}$, $\therefore A \cup B = \left\{-1, 2, \frac{1}{2}\right\}$.

【例6】设全集为 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + (m+1)x + m = 0\}$, 若 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$, 求 m 的值.

【分析】由已知条件可以求出集合 A , 进一步可求出集合 A 在集合 U 中的补集, 由条件 $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$ 可知两个集合没有公共元素进而求解, 特别需要注意集合 B 有可能是空集的情况.



【解答】 由 $A = \{x | x^2 + 3x + 2 = 0\}$ 得集合 $A = \{-1, -2\}$,

$\therefore (\complement_U A) \cap B = \emptyset$,

$\therefore B = \emptyset$ 或 $B \subseteq A$,

当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = (m+1)^2 - 4m < 0$ 得 m 无解,

当 $B \subseteq A$ 时, $B = \{-1\}$, $\{-2\}$ 或 $\{-1, -2\}$,

$B = \{-1\}$ 或 $\{-2\}$ 时, 方程 $x^2 + (m+1)x + m = 0$ 有两相等实根,

即 $\begin{cases} \Delta = (m+1)^2 - 4m = 0, \\ (-1) \times (-1) = m, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \Delta = (m+1)^2 - 4m = 0, \\ (-2) \times (-2) = m, \end{cases}$

得 $m = 1$, 此时 $x = -1$.

$B = \{-1, -2\}$ 时, $\begin{cases} (-1) + (-2) = \frac{-(m+1)}{1}, \\ (-1) \times (-2) = m, \end{cases}$ 可得 $m = 2$,

综上可得 $m = 1$ 或 $m = 2$.

【例 7】 设集合 $P = \{x | x^2 - 4x - 5 < 0\}$, $Q = \{x | x - a \leq 0\}$.

(1) 若 $P \cap Q = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

(2) 若 $P \subsetneq Q$, 求实数 a 的取值范围.

【分析】 处理集合间的运算关系往往先对集合进行化简.

【解答】 由已知得: $P = \{x | -1 < x < 5\}$, $Q = \{x | x \leq a\}$, 如图所示, 表示出 P 与 Q .

(1) 若 $P \cap Q = \emptyset$, 则解集为 $\{a | a \leq -1\}$.

(2) 若 $P \subsetneq Q$, 则解集为 $\{a | a \geq 5\}$.

【例 8】 设 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + 2 = 0\}$, 若 A

$\cup B = A$, 求由实数 a 的值组成的集合.

【分析】 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$, $A \cup B = A$, 所以 $B \subseteq A$, 故 B 可为 $\{1, 2\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\emptyset$ 四种情况, 要分类讨论.

【解答】 化简 A 集合得: $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\} = \{1, 2\}$, 由 $A \cup B = A$ 可知 $B \subseteq A$, 故 B 可为 $\{1, 2\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\emptyset$ 四种情况.

当 $B = \{1, 2\}$ 时, 把 $x = 1$ 或 $x = 2$ 代入方程 $x^2 - ax + 2 = 0$ 中得, $a = 3$.

当 $B = \{1\}$ 时, $\begin{cases} 1 + 1 = -\frac{(-a)}{1}, \\ \Delta = (-a)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 0, \end{cases}$ 无解.

当 $B = \{2\}$ 时, $\begin{cases} 2 + 2 = -\frac{(-a)}{1}, \\ \Delta = (-a)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 0, \end{cases}$ 无解.

当 $B = \emptyset$ 时, $\Delta = (-a)^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$, 解得 $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$.

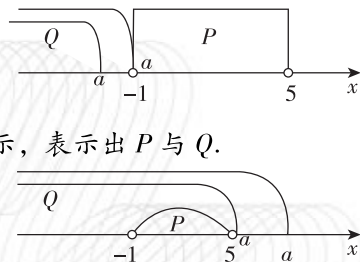
$\therefore$ 所求 a 的值的集合为 $\{3\} \cup \{a | -2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}\}$.

【例 9】 设集合 $M = \{(x, y) | y = x^2 + 2x\}$, $N = \{(x, y) | y = x + a\}$, 求使 $M \cap N = \emptyset$ 成立的实数 a 的取值范围.

【分析】 集合 M 是一条抛物线, 集合 N 是一条直线, 两个集合交集为空, 即两条线没有交点, 也就是说两个方程没有公共解, 进而可求出 a 的取值.

【解答】 $\because M \cap N = \emptyset$, $\therefore$ 方程组 $\begin{cases} y = x^2 + 2x & (1) \\ y = x + a & (2) \end{cases}$ 无解, 将 (2) 式代入 (1) 式并整理得:

$x^2 + x - a = 0$, 该方程的判别式 $\Delta < 0$, 即 $1 + 4a < 0$, $\therefore a < -\frac{1}{4}$,





所以 a 的取值范围为 $(-\infty, -\frac{1}{4})$.



名师助学

1. 集合的交、并、补的运算常利用文氏图或借助于数轴进行.
2. 全集包括了所要研究的各集合的全部元素, 它具有相对性, 全集不是固定不变的, 可依具体的问题加以选择的.
3. 对于用列举法表示的集合, 求它们的交集、并集、补集时, 可以直接找出它们的元素; 而对于用描述法表示的集合, 求它们的交集、并集、补集时, 要作出它们的图形表示, 可以方便地得到它们的交集、并集、补集.
4. 不等式中等号在补集中能否取到, 要引起重视, 注意补集是全集的子集.



定向考场

一、选择题

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{1, 4\}$, $N = \{1, 3, 5\}$ 则 $N \cap (\complement_U M) = ($).
A. $\{1, 3\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{3, 5\}$ D. $\{4, 5\}$
2. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{Z | Z = x + y, x \in A, y \in A\}$ 则 B 的非空真子集个数为 ().
A. 3 B. 5 C. 6 D. 7
3. 已知 $A = \{x | 1 < x < 10\}$, $B = \{x | -1 < x < 9\}$, 则 $A \cap B = ($).
A. $\{x | 1 < x < 9\}$ B. $\{x | -1 < x < 9\}$
C. $\{x | -1 < x < 10\}$ D. $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
4. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3\}$, 且 $\complement_U A = \{2\}$, 则集合 A 的真子集共有 ().
A. 3 B. 5 C. 7 D. 8
5. 设全集为 $\mathbf{R}$, $A = \{x | 2 < x < 5\}$, $B = \{x | -3 < x \leq 4\}$, $\complement_U A \cap \complement_U B$ 是 ().
A. $\{x | 2 < x < 5\}$ B. $\{x | -3 < x \leq 4\}$
C. $\{x | 2 < x \leq 4\}$ D. $\{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 5\}$
6. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$, 那么 $M \cap N = ($).
A. $x = 1, y = -1$ B. $(3, -1)$ C. $\{3, -1\}$ D. $\{(3, -1)\}$
7. 设 $M = \{2, a^2 - 3a + 5, 5\}$, $N = \{1, a^2 - 6a + 10, 3\}$, 且 $M \cap N = \{2, 3\}$, 则 a 的值是 ().
A. 1 或 2 B. 2 或 4 C. 2 D. 1
8. 已知集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | mx = 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 的值为 ().
A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 0 或 -1 或 1
9. 已知集合 $M = \{(x, y) | y = x^2, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 2\}$, 则 $M \cap N = ($).
A. $\{(-1, 1), (1, 1)\}$ B. $\{1\}$
C. $\{(1, 1)\}$ D. $[0, \sqrt{2}]$
10. 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 3x < 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$ 等于 ().
A. $(-1, 3)$ B. $(-1, 2)$ C. $(0, 2)$ D. $[2, 3)$
11. 满足 $\{1, 2\} \cup M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 M 的个数是 ().
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



12. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 > 0\}$, $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$, $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \mathbf{R}$, 则 $a - b =$ ().

- A. -1 B. 1 C. -5 D. 5

13. 设集合 $A = \{y | y = 10^x\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ().

- A. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ B. $\{0, 1, 2, 3\}$
C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0\}$

14. 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 则 $A \cup B =$ ().

- A. $(-2, 3)$ B. $[-2, 3]$
C. $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

15. 设集合 $A = \{y | y = x^2\}$, $B = \{y | y = x\}$ 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\mathbf{R}$ B. $\emptyset$ C. $[0 + \infty)$ D. $(0, +\infty)$

二、填空题

1. 设集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{1, 2, 3\}$, $P = \{2, 3, 4\}$, 则 $(M \cap N) \cup P =$ _____.

2. 已知 $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $B = \{x | 0 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

3. 设集合 $S = \{x | x \geq 5 \text{ 或 } x \leq -1\}$, $T = \{x | a < x < a + 8\}$, $S \cup T = \mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是 _____.

4. 已知 $A = \{1, 3, a + 1\}$, $B = \{1, b - 2, 3\}$, 且 $A \cup B = \{1, 2, 3\}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

5. 已知集合 $M \cap \{2, 3\} = \{3\}$, $M \cap \{5, 6\} = \{6\}$, 且 $M \subseteq \{2, 3, 5, 6\}$, 则 $M =$ _____.

6. 全集 $U = \{2, 3, 5\}$, $A = \{|a - 5|, 2\}$, 且 $\complement_U A = \{5\}$, 则 a 的值为 _____.

7. 若集合 $A = \{1, 3, x\}$, $B = \{x^2, 1\}$, 且 $B \subseteq A$, 则 x 的值为 _____.

8. 全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x \leq -2 \text{ 或 } x > 2\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

9. 已知集合 $A = \{x | a - 1 < x < 2a + 1\}$, $B = \{x | 0 < x < 1\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

10. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 \leq 0\}$, $B = \{x | \log_{\frac{1}{2}} x \geq -1\}$, 则集合 $A \cap (\complement_U B) =$ _____.

11. 已知集合 $A = \{-3, 1, x^2 - 2x - 12\}$, $B = \{-3, 3\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 $x =$ _____.

12. 已知全集 $U = \{x | x < 6, x \in \mathbf{N}\}$, 集合 $A = \{x | x < 2, x \in U\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

13. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + mx + n = 0\}$, 且 $A \cup B = A$, $A \cap B = \{3\}$, 则 $m + n =$ _____.

14. 集合 $A = \{x | x = 2n + 1, 10 \leq x \leq 20, n \in \mathbf{Z}\}$ 中所有元素之和为 _____.

15. 集合 $A = \{-2, 3, 4, 5\}$, 集合 $B = \{x | |x| < 5\}$, $A \cup B =$ _____.

三、解答题

1. 设 $U = \{x | 0 < x \leq 10, x \in \mathbf{N}\}$, $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, $B = \{4, 6, 7, 8, 10\}$, $C = \{3, 5, 7\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $(A \cap B) \cap C$, $(A \cup B) \cup C$, $\complement_U A \cap \complement_U B$.

2. 集合 $A = \{a^2, a + 1, -3\}$, $B = \{a - 3, 2a - 1, a^2 + 1\}$, 已知 $A \cap B = \{-3\}$, 求实数 a 的值.



3. 设全集 $U = \{1, 3, x^2 + 3x + 2\}$, $A = \{1, |2x - 1|\}$, 如果 $\complement_U A = \{0\}$, 求 x 的值.

4. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x \geq 0\}$, $B = \{x | |x - 1| < a\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

5. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 12 \geq 0\}$, $B = \{x | |x| \leq m\}$ 且 $A \cup B = \mathbf{R}$, 求实数 m 的取值范围.



考题回顾

- (2010 年) 已知集合 $M = \{a, 0\}$, $N = \{1, 2\}$, 且 $M \cap N = \{1\}$, 则 $M \cup N =$ ().
A. $\{a, 0, 1, 2\}$ B. $\{1, 0, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. 无法确定
- (2011 年) 集合 $A = \{a, b, c\}$, 满足 $A \cup B = A$ 的集合 B 的个数是 ().
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
- (2011 年) 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, 且 $A \cap B = \{3\}$, 求 a 的值.
- (2013 年) 已知全集 $U = \{x | x < 5, x \in \mathbf{N}\}$, 集合 $A = \{x | x > 1, x \in U\}$, 则 A 在全集 U 中的补集为 ().
A. $\{1\}$ B. $\{0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- (2015 年) 设集合 $M = \{x | x \leq 5\}$, $N = \{x | x \geq 3\}$, $M \cap N =$ ().
A. $\{x | x \geq 3\}$ B. $\{x | x \leq 5\}$
C. $\{x | 3 \leq x \leq 5\}$ D. $\emptyset$
- (2015 年) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, $B = \{x | |x + m| > 4\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.



7. (2016 年) 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $N = \{x | x^2 - 6x + 5 < 0\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{2, 3, 4\}$ C. $\{3, 4, 5\}$ D. $\{2, 4, 5\}$
8. (2016 年) 已知集合 $A = \{x | 6x^2 + mx - 1 = 0\}$, $B = \{x | 3x^2 + 5x + n = 0\}$ 且 $A \cap B = \{-1\}$, 求 $A \cup B$.
9. (2018 年) 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4\}$, $N = \{x | 0 < x \leq 3\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$
10. (2018 年) 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 \geq 0\}$, $B = \{x | |x| \geq m\}$, 且 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.
11. (2019 年) 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 12 > 0\}$, $B = \{x | x + m \geq 1\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 求 m 的取值范围.
12. (2020 年) 设集合 $A = \{x | |x - 2| > 3\}$, $B = \{x | mx + 1 > 0\}$, 若 $m \leq 0$ 为某个实数, 求 $A \cap B$.
13. (2021 年) 设集合 $P = \{x | -2 < x < 4\}$ $M = \{2, 3, 5\}$ 则 $P \cap M = (\quad)$
A. $[2, 3]$ B. $\{2, 3\}$ C. $(2, 3)$ D. $\{3, 5\}$
14. (2021 年) 设集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$ $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$. $A \cup B = \mathbf{R}$, 求 $\log_{2021}(a - b)$ 的值.
15. (2022 年) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{2, 4\}$, 则集合 M 的补集为 ().
A. $\{3, 5\}$ B. $\{1, 3, 5\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{3, 4, 5\}$
16. (2022 年) 设集合 $A = \{(x, y) | y = 2x + 1\}$, $B = \{(x, y) | y = x^2 + ax + 5\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.



1.3 充要条件



考点详解

1. 条件的判断.

(1) 充分条件: “如果能由条件 p 成立推出结论 q 成立”, 也就是说, 条件 p 成立足以保证结论 q 成立, 则条件 p 为结论 q 的充分条件, 记作: $p \Rightarrow q$, 读作: p 推出 q , 箭头指向结论.

(2) 必要条件: “如果能由结论 q 成立推出条件 p 成立”, 也就是说, 结论 q 成立足以保证条件 p 成立, 则条件 p 为结论 q 的必要条件, 记作: $p \Leftarrow q$, 读作: q 推出 p , 箭头指向条件.

(3) 充要条件: 若 $p \Leftarrow q$ (成立), 且 $p \Rightarrow q$ (成立), 则说 p 是 q 的充分且必要条件, 简称充要条件. 记作: $p \Leftrightarrow q$, 读作: p 等价于 q , 符号 “ $\Leftrightarrow$ ” 是等价符号、此时箭头是双向的.

2. 数学符号的确切含义.

(1) $a \geq b$ 是指 $a = b$ 或 $a > b$.

(2) $a = \pm b$ 是指 $a = b$ 或 $a = -b$.

(3) $a \neq \pm b$ 是指 $a \neq b$ 且 $a \neq -b$.

(4) $a > b = c$ 是指 $a > b$ 且 $b = c$.



典例解析

【例】用“充分条件”“必要条件”“充要条件”或“既不充分也不必要条件”填空.

(1) “ $x < -2$ ”是“不等式 $x^2 - 4 > 0$ ”成立的_____.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\angle A > 30^\circ$ ”是“ $\sin A > \frac{1}{2}$ ”的_____.

(3) “两条直线垂直于同一条直线”是“两条直线平行”的_____.

(4) “ $A \subseteq B$ ”是“ $A \cap B = A$ ”的_____.

(5) “ $x = 0$ ”的_____是“ $x^2 + x = 0$ ”.

【分析并解答】(1) 不等式 $x^2 - 4 > 0$ 的解集是 $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$, 而 $x < -2$ 只是解集的一部分, 故应填充分条件.

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A > 30^\circ$, 隐含 $\angle A < 180^\circ$, $\therefore$ 当 $\angle A > 150^\circ$ 时, $\sin A > \frac{1}{2}$, 不成立, 而反过来当 $\sin A > \frac{1}{2}$ 时, 一定有 $\angle A > 30^\circ$, $\therefore$ 前者是后者的必要条件.

(3) 若两条直线平行, 其中一条垂直于第三条直线, 则另一条也垂直于第三条直线, 但是反过来, 若果两条直线垂直于同一条直线, 这两条直线不一定平行, 还可以异面、相交, 故应填必要条件.

(4) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$, 故应填充要条件.

(5) “ $x^2 + x = 0$ ”是条件, “ $x = 0$ ”是结论, 相当于“ $x^2 + x = 0$ ”是“ $x = 0$ ”的什么条件, 因此, 应该填必要条件.



名师助学

- 判定 p 与 q 的关系时, 既要看 $p \Rightarrow q$ 是否成立, 同时也要看 $q \Rightarrow p$ 是否成立.
- $a \geq b$ 是指 $a = b$ 或 $a > b$, 若有其中一个成立, 则 $a \geq b$ 就成立.
- 常见的等价命题: ① $a^2 + b^2 \Leftrightarrow a = b = 0$; ② $|a| + |b| = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$; ③ $ab = 0 \Leftrightarrow a = 0$ 或 $b = 0$; ④ $a \times b \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ 且 $b \neq 0$; ⑤ $a^2 = b^2 \Leftrightarrow |a| = |b| \Leftrightarrow a = \pm b$; ⑥ $|a| + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$.



定向考场

一、选择题

- “ $a = b$ ”是“ $|a| = |b|$ ”的().
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
- “ $x > 3$ ”是“ $x^2 > 4$ ”的().
A. 充分条件
B. 充要条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 必要条件
- “ $\tan \alpha = 1$ ”是“ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ”的().
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 设 a, b 为实数, 则 $a^2 = b^2$ 的充分必要条件是().
A. $a = b$
B. $a = -b$
C. $a^3 = b^3$
D. $|a| = |b|$
- “ $A \cap B = A$ ”是“ $\complement_U B \subseteq \complement_U A$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分又不必要条件
- “ $ab < 0$ ”是“ $a > 0$ 且 $b < 0$ ”的().
A. 充分条件
B. 充要条件
C. 既不充分也不必要条件
D. 必要条件
- “ $x < 0$ ”是“ $\ln(x+1) < 0$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分又不必要条件
- 不等式 $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$ 成立的一个充要条件是().
A. $x \geq 0$
B. $x < 0$ 或 $x > 2$
C. $x < -\frac{1}{2}$
D. $x \leq -\frac{1}{2}$ 或 $x \geq 3$
- 方程 $\frac{x^2}{m-2} + \frac{y^2}{m+3} = 1$ 表示双曲线的一个充分不必要条件是().
A. $-3 < m < 0$
B. $-3 < m < 2$
C. $-3 < m < 4$
D. $-1 < m < 3$
- “ $m = -1$ ”是“直线 $l_1: mx + (2m-1)y + 1 = 0$ 与直线 $l_2: 3x + my + 3 = 0$ 垂直”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分又不必要条件



11. “ $x=1$ 且 $y=2$ ” 是 “ $\sqrt{x-1} + |y-2| = 0$ ” 的 () 条件.
 A. 充分 B. 必要 C. 充要 D. 既不充分也不必要
12. “ $|x| + |y| = 0$ ” 是 “ $xy=0$ ” 的 () 条件.
 A. 充分 B. 必要 C. 充要 D. 既不充分也不必要

二、填空题

1. “ $x^2 - 1 = 0$ ” 是 “ $x - 1 = 0$ ” 的 _____ 条件.
2. “ $ab > 0$ ” 的充要条件是 _____.
3. $\alpha = \beta$ 是 $\tan \alpha = \tan \beta$ 的 _____ 条件.
4. $\alpha \neq \frac{\pi}{6}$ 是 $\sin \alpha \neq \frac{1}{2}$ 的 _____ 条件.
5. $x^2 < 1$ 是 $|x| < 1$ 的 _____ 条件.
6. “ $a > b$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ” 的 _____ 条件.
7. 若关于 x 的不等式 $|x - m| < 2$ 成立的充分不必要条件是 $2 \leq x \leq 3$, 则实数 m 的取值范围是 _____.
8. 已知曲线 $C: \frac{x^2}{k-5} + \frac{y^2}{3-k} = -1$, 则 “ $4 \leq k < 5$ ” 是 “曲线 C 表示焦点在 y 轴上的椭圆” 的 _____ 条件.
9. “ $a=3$ ” 是 “直线 $2x + ay + 1 = 0$ 和直线 $(a-1)x + 3y - 2 = 0$ 平行” 的 _____ 条件.
10. 已知 “ $-x^2 + 5x - 6 > 0$ ” 是 “ $|x - a| < 4$ ” 的充分而不必要条件, 则 a 的取值范围为 _____.
11. “ $x=1$ ” 是 “ $x^2=1$ ” 的 _____ 条件.
12. “ $x < 0$ ” 是 “ $|x| = -x$ ” 的 _____ 条件.
13. “ $a > 0$ ” 是 “ $\sqrt{a^2} = a$ ” 的 _____ 条件.
14. “ $x^2 - 2x - 3 \neq 0$ ” 的充要条件是 _____.
15. “ $a = (2, x)$, $b = (x, 2)$ ” 共线的 _____ 条件是 “ $x = 2$ ”.

三、解答题

1. 已知 p 是 q 的充要条件, q 是 s 的必要条件, 那么 p 是 s 的什么条件?
2. 已知 p 是 q 的充分条件, s 是 p 的充要条件, 那么 s 是 p 的什么条件?
3. 设 $p: m > 0$, q : 关于 x 的方程 $x^2 + x - m = 0$ 有实根, 试分析 p 是 q 的什么条件.



4. “ $x^2 - 5x - 6 < 0$ ”是“ $|x - a| < 2$ ”的必要条件,求 a 的取值范围.



考题回顾

- (2010年)“ $|a| = |b|$ ”是“ $a = b$ ”的()条件.
A. 充分不必要
B. 必要不充分
C. 充要
D. 既不充分也不必要
- (2012年)“ $a^2 = b^2$ ”是“ $a = b$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分且必要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (2013年)“ $|x| \geq 1$ ”是“ $x \leq -1$ ”的().
A. 必要但不充分条件
B. 充分但不必要条件
C. 充分且必要条件
D. 既不充分又不必要条件
- (2015年)“ $x - 3 = 0$ ”是“ $x^2 - x - 6 = 0$ ”的().
A. 充分条件
B. 充要条件
C. 必要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (2016年)“ $a = b$ ”是“ $\lg a = \lg b$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要必要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (2017年)“ $A \cup B = B$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (2018年)“ $|x| > 2$ ”是“ $x > 2$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (2019年)在 $\triangle ABC$ 中,“ $\sin A = \sin B$ ”是“ $A = B$ ”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (2020年)设 A, B 为两个集合,则“ $A \subseteq B$ ”是“ $A \cap B = A$ ”的().
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (2021年)“ $a = b$ ”是“ $|a| = |b|$ ”的().
A. 必要不充分条件
B. 充分不必要条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (2022年)“四边形是平行四边形”是“四边形是菱形”的().
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件



第一章达标检测

一、选择题 (每小题 3 分, 共 54 分)

- 已知集合 $M = \{x \mid -2 < x < 1\}$, 则下列关系式正确的是 ().
 A. $\sqrt{5} \in M$ B. $0 \notin M$ C. $1 \in M$ D. $-\frac{\pi}{2} \in M$
- 设集合 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{1, a^2\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 a 允许取值有 ().
 A. 1 个 B. 3 个 C. 5 个 D. 无数个
- 下列表述正确的是 ().
 A. $\emptyset = \{0\}$ B. $\emptyset \subseteq \{0\}$ C. $\emptyset \supseteq \{0\}$ D. $\emptyset \in \{0\}$
- 下列说法① $a > b > 0$ 是 $a^2 > b^2$ 的充分条件; ② $a > b > 0$ 是 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 的充要条件; ③ $a > b > 0$ 是 $a^3 > b^3$ 的充要条件, 其中正确的有 ().
 A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
- 设 $M = \{x \mid x \leq 4, x \in \mathbf{R}\}$, $a = \sqrt{15}$, 那么正确的关系是 ().
 A. $a \subseteq M$ B. $a \notin M$ C. $\{a\} \in M$ D. $\{a\} \subseteq M$
- 下列式子① $1 \in \{0, 1, 2\}$; ② $\{1\} \in \{0, 1, 2\}$; ③ $\{0, 1, 2\} \subseteq \{0, 1, 2\}$; ④ $\emptyset \subseteq \{0, 1, 2\}$; ⑤ $\{0, 1, 2\} = \{2, 1, 0\}$, 其中错误的个数有 ().
 A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 已知集合 $A = \{(x, y) \mid x + y = 0\}$, $B = \{(x, y) \mid x - y = 2\}$ 则 $A \cap B =$ ().
 A. $(1, -1)$ B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$
 C. $\{(1, -1)\}$ D. $\{(x, y) \mid x = 1, y = 1\}$
- 设集合 $M = \{x \mid -x \leq 4\}$, $N = \{x \mid x \leq 6\}$, 则下列各项正确的是 ().
 A. $0 \in M$ B. $M \cup N = \{x \mid x < 6\}$
 C. $M \cup N = \emptyset$ D. $M \cap N = \{x \mid 4 \leq x < 6\}$
- 已知 $\{0, 1\} \not\subseteq A \not\subseteq \{0, 1, 2, 3\}$, 则集合 A 的个数有 ().
 A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
- 已知集合 $A = \{x \mid x \geq 2 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x \mid x \leq 6 \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*\}$, 则 $A \cap B =$ ().
 A. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ B. $\{2, 3, 4, 5, 6\}$
 C. $\{2, 6\}$ D. $\{x \mid 2 \leq x \leq 6\}$
- 设 $A = \{x \mid -2 \leq x < 3\}$, $B = \left\{x \mid x \geq \frac{3}{2}\right\}$, 则 $A \cup B =$ ().
 A. $\{x \mid x < 2\}$ B. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x \leq 3\}$
 C. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$ D. $\{x \mid x \geq -2\}$
- 用列举法写出集合 $\{(x, y) \mid x + y = 3, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$ 应为 ().
 A. $\{(1, 2)\}$ B. $\{(1, 2), (0, 3)\}$
 C. $\{(1, 2), (2, 1)\}$ D. $\{(0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)\}$
- 设集合 $M = \{(x, y) \mid xy > 0\}$, $N = \{(x, y) \mid x > 0, y > 0\}$, 则 ().
 A. $M \cup N = N$ B. $M \cap N = \emptyset$ C. $M \subseteq N$ D. $M \supseteq N$
- 设集合 $M = \{12, m^2 - 3m - 1\}$, $N = \{-1, 3\}$, 且 $M \cap N = \{3\}$, 则 m 的值为 ().
 A. $-1, 4$ B. $1, -4$ C. -1 D. 4



15. 下列四个推理① $a \in (A \cup B) \Rightarrow a \in A$; ② $a \in (A \cap B) \Rightarrow a \in (A \cup B)$; ③ $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$; ④ $A \cup B = A \Rightarrow A \cap B = B$, 其中正确的个数为 ().
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
16. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x | x \geq a\}$ 且 $B \subseteq \complement_U A$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $[3, +\infty)$ B. $(-\infty, 3]$
C. $[-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$
17. 已知 $A = \{x | x^2 - 3x - 4 = 0\}$, $B = \{x | ax + 1 = 0\}$ 且 $B \subseteq A$, 则 $a =$ ().
- A. 0 B. 0 或 1 C. 0 或 $-\frac{1}{4}$ D. 0 或 1 或 $-\frac{1}{4}$
18. 已知集合 $M = \{y | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x | x < -1\}$, 则 M 与 N 的关系是 ().
- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $M \cup N = \mathbf{R}$ D. $N \subseteq M$

二、填空题(每小题 3 分, 共 36 分)

1. 已知集合 $U = \{x | x < 9, x \in \mathbf{N}\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$, 则 $A \cup B =$ _____ $A \cap \complement_U B =$ _____.
2. 设集合 $A = \{x, 1\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $A = B$, 则 $x =$ _____.
3. 已知 $A = \{x | x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x > -1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
4. “ $x^2 - 4 = 0$ ”是“ $x + 2 = 0$ ”的 _____ 条件.
5. 数集 $M = \{x | x > 1\}$, $N = \{x | x < 3\}$, 则 $M \cap N =$ _____, $M \cup N =$ _____.
6. 集合 $M = \{x \in \mathbf{N} | x(x+2) \leq 0\}$ 的子集个数为 _____.
7. “ $f(x)$ 为奇函数”是“ $f(x)$ 过原点”的 _____ 条件.
8. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 若 M 满足 $A \subseteq M \subsetneq B$ 则满足条件的集合 M 共有 _____ 个.
9. 50 名学生参加数学、英语考试, 已知数学考试及格的有 40 人, 英语考试及格的有 31 人, 两种考试都不及格的有 4 人, 则这两种都及格的有 _____ 人.
10. 设 $U = \{2, 4, 1-a\}$, $A = \{2, a^2 - a + 2\}$, 若 $\complement_U A = \{-1\}$, 则 $a =$ _____.
11. 设集合 $A = \{x | x^2 < 9\}$, 集合 $B = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
12. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 4x - 5 < 0\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 若 $(\complement_U A) \cup B = \mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是 _____.

三、解答题(共 30 分)

1. 已知全集 $U = \{x | x \leq 4\}$, $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | -3 < x \leq 3\}$, 求 $\complement_U A$, $A \cap B$, $\complement_U (A \cap B)$, $(\complement_U A) \cap B$.



2. 已知 $\{a, b\} \subsetneq P \subseteq \{a, b, c, d\}$, 写出满足条件的所有集合 P .
3. 设集合 $A = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, $B = \{x \mid m+1 < x \leq 2m-1\}$, 若 $A \cup B = A$, 求 m 的取值范围.
4. 已知 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}$.
- (1) 若 $A \cap B = \{2\}$, 求 a 的值.
- (2) 若 $A \cup B = A$, 求 a 的取值范围.
5. 已知集合 $A = \{x \mid mx^2 - 3x + 2 = 0, m \in \mathbf{R}\}$, 若 A 中元素至多有一个, 求 m 的取值范围.



6. 设 $A = \{x \mid x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x \mid ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值组成的集合.

7. 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 8 \geq 0\}$, $B = \{x \mid ax + 1 > 0\}$, 若 $a \leq 0$ 为某个实数, 求 $A \cap B$.

8. 集合 $A = \{x \mid x^2 + 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x \mid m - 1 \leq x \leq 2m + 1\}$, 且 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.

育仁