

SHAONIAN

SUZHJIAOYU

BAO

数学周刊

高三年级

(共 76 版)

# 少年素质教育报

河北出版传媒集团有限责任公司主管 河北阅读传媒有限责任公司主办 / 出版 国内统一连续出版物号 CN 13-0065 主编:张硕

## 河北省对口升学考试

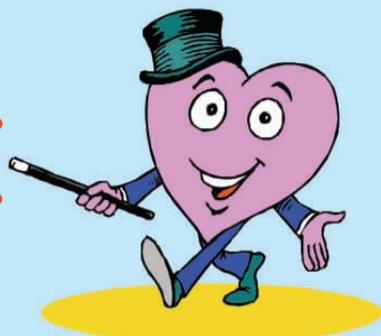
# 数学 高考题型

## 综合训练



- 知识清单
- 考点清单
- 真题链接
- 综合测试

# 目 录



第一章《集合》综合复习指导.....	3-4
第一章《集合》综合复习测试.....	5-6
第二章《不等式》综合复习指导.....	7-8
第二章《不等式》综合复习测试.....	9-10
第三章《函数》综合复习指导.....	11-17
第三章《函数》综合复习测试.....	18-19
第四章《指数函数与对数函数》综合复习指导.....	20-23
第四章《指数函数与对数函数》综合复习测试.....	24-25
第五章《三角函数》综合复习指导.....	26-31
第五章《三角函数》综合复习测试.....	32-33
第六章《数列》综合复习指导.....	34-39
第六章《数列》综合复习测试.....	40-41
第七章《平面向量》综合复习指导.....	42-43
第七章《平面向量》综合复习测试.....	44-45
第八章《解析几何》综合复习指导.....	46-49
第八章《解析几何》综合复习测试.....	50-51
第九章《立体几何》综合复习指导.....	52-54
第九章《立体几何》综合复习测试.....	55-56
第十章《计数原理与排列组合》综合复习指导.....	57-59
第十章《计数原理与排列组合》综合复习测试.....	60-61
第十一章《概率与统计》综合复习指导.....	62-65
第十一章《概率与统计》综合复习测试.....	66-67
参考答案.....	68-75



# 第一章 集合

## 知识清单

### 1. 集合的基本概念

- (1) 集合的概念: 一组对象的全体构成一个集合.
- (2) 集合中元素的三个特征: 确定性、互异性、无序性.
- (3) 集合的三种表示方法: 列举法、描述法、图示法.
- (4) 常用的数集: 自然数集  $\mathbf{N}$ , 正整数集  $\mathbf{N}^*$ , 整数集  $\mathbf{Z}$ , 有理数集  $\mathbf{Q}$ , 实数集  $\mathbf{R}$ .

### 2. 集合间的关系

	文字语言	符号语言	图形语言
子集	对于两个集合 $A, B$ , 如果集合 $A$ 中任意一个元素都是集合 $B$ 的元素, 则称集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集	若对任意的 $x \in A$ , 都有 $x \in B$ , 则 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$ )	
真子集	如果 $A \subseteq B$ , 并且 $B$ 中至少有一个元素不属于 $A$ , 则称集合 $A$ 为集合 $B$ 的真子集	若 $A \subseteq B$ , 但存在 $x \in B$ 且 $x \notin A$ , 则 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$ )	
相等	若集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集, 且集合 $B$ 是集合 $A$ 的子集, 即集合 $A$ 与集合 $B$ 的元素一样, 则称集合 $A$ 与集合 $B$ 相等	若 $A \subseteq B$ , 且 $B \subseteq A$ , 则 $A=B$	

**空集:** 不含任何元素的集合, 记为  $\emptyset$ .

### 子集的性质

- (1)  $A \subseteq A$ .
- (2) 若  $A \subseteq B, B \subseteq C$ , 则  $A \subseteq C$ .
- (3)  $\emptyset \subseteq A$ , 空集是任何非空集合的真子集.
- (4) 含有  $n$  个元素的集合的子集的个数为  $2^n$ , 真子集的个数为  $2^n - 1$ , 非空子集的个数为  $2^n - 1$ , 非空真子集的个数为  $2^n - 2$ .

### 3. 集合的运算

	文字语言	符号语言	图形语言
交集	由所有属于 $A$ 且属于 $B$ 的元素所组成的集合, 称为 $A$ 与 $B$ 的交集	$A \cap B = \{x   x \in A \text{ 且 } x \in B\}$	
并集	由所有属于 $A$ 或属于 $B$ 的元素所组成的集合, 称为 $A$ 与 $B$ 的并集	$A \cup B = \{x   x \in A \text{ 或 } x \in B\}$	
补集	设 $U$ 是一个全集, $A$ 是 $U$ 的一个子集, 由 $U$ 中所有不属于 $A$ 的元素组成的集合, 称为 $U$ 中子集 $A$ 的补集	$\complement_U A = \{x   x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$	

### 集合的常用运算性质

- (1)  $A \cap B = B \cap A$ ;

- (2)  $A \cap A = A$ ;
- (3)  $A \cap \emptyset = \emptyset$ ;
- (4)  $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$ ;
- (5)  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$ ;
- (6)  $A \cup B = B \cup A$ ;
- (7)  $A \cup A = A$ ;
- (8)  $A \cup \emptyset = A$ ;
- (9)  $A \subseteq (A \cup B), B \subseteq (A \cup B)$ ;
- (10)  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$ ;
- (11)  $\complement_U(\complement_U A) = A$ ;
- (12)  $\complement_U U = \emptyset$ ; (13)  $\complement_U \emptyset = U$ ;

- (14)  $A \cup \complement_U A = U$ ;
- (15)  $A \cap \complement_U A = \emptyset$ ;
- (16)  $\complement_U A \cap \complement_U B = \complement_U(A \cup B)$ ;
- (17)  $\complement_U A \cup \complement_U B = \complement_U(A \cap B)$ .

### 4. 充分条件、必要条件与充要条件

#### 从逻辑推理关系上判断(定义法)

- (1) 若  $p \Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的充分不必要条件.
- (2) 若  $p \not\Rightarrow q, q \Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的必要不充分条件.
- (3) 若  $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的充分必要条件(充要条件).

(4) 若  $p \not\Rightarrow q, q \not\Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的既不充分也不必要条件.  
从命题所对应的集合与集合之间的关系上判断(集合法)

设命题  $p$  对应的集合为  $A$ , 命题  $q$  对应的集合为  $B$ .

- (1) 若  $A \subseteq B$ , 则  $p$  是  $q$  的充分条件; 若  $A \subsetneq B$ , 则  $p$  是  $q$  的充分不必要条件.
- (2) 若  $A \subseteq B$  且  $A \supseteq B$ , 即  $A=B$ , 则  $p$  是  $q$  的充要条件.
- (3)  $A \not\subseteq B$  且  $B \not\subseteq A$ , 则  $p$  是  $q$  的既不充分也不必要条件.

#### 充要关系传递法

若  $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ , 则  $p \Rightarrow r$ .

## 考点清单

### 考点一 集合的基本概念

**例 1** 已知  $a^2 \in \{0, 1, a\}$ , 求实数  $a$  的值.

**解析:** (1) 若  $a^2=0$ , 则  $a=0$ , 此时集合为  $\{0, 1, 0\}$ , 与集合中元素的互异性矛盾, 所以  $a=0$ , 不符合题意;

(2) 若  $a^2=1$ , 则  $a=1$  或  $-1$ .

当  $a=1$  时, 集合为  $\{0, 1, 1\}$ , 与元素的互异性矛盾;

当  $a=-1$  时, 集合为  $\{0, 1, -1\}$ , 符合题意;

(3) 若  $a^2=a$ , 则  $a=0$  或  $1$ .

由(1)和(2)可知  $a=0$  或  $a=1$  都不符合题意.

综上所述, 实数  $a$  的值为  $-1$ .

**点评:** 集合中的元素要满足确定性、互异性、无序性. 由元素的确定性

可知  $a^2=0,1$  或  $a$ ; 由元素的互异性可知  $a \neq 0$  且  $a \neq 1$ .

### 考点二 集合的基本关系

**例 2** 已知集合  $A=\{a, ab, \lg \frac{b}{a}\}$ ,  $B=\{0, |a|, b\}$ ,  $A=B$ , 求  $a$  和  $b$  的值.

**解析:** 因为  $0 \in B, A=B$ , 所以  $0 \in A$ , 显然集合  $A$  中  $a \neq 0$ .

又因为  $0 \in B, b \in B$ ,

所以  $b \neq 0$ , 所以  $ab \neq 0$ , 所以只能  $\lg \frac{b}{a} = 0$ , 所以  $\frac{b}{a} = 1$  即  $a=b$ ,

此时  $A=\{a, a^2, 0\}$ ,  $B=\{0, |a|, a\}$ , 所以  $a^2=|a|$ , 则  $a=0$  或  $a=1$  或  $a=-1$ .

检验:  $a=0$  与  $a \neq 0$  矛盾, 舍去;

$a=1$  时集合中元素不满足互异性, 舍去.

综上,  $a=-1, b=-1$ .

**点评:** 由于集合  $B$  中有一个元素为 0, 因而  $a, ab, \lg \frac{b}{a}$  这三个元素中

必有一个为 0. 注意要检验集合中元素是否满足互异性.

**例 3** 设集合  $M=\{x|x^2-4x-21=0\}$ ,  $N=\{x|ax+2=0\}$ .

(1) 若  $a=\frac{2}{3}$ , 试判断集合  $M, N$  的关系;

(2) 若  $N \subseteq M$ , 求实数  $a$  的值组成的集合  $C$ .

**解析:**  $M=\{x|x^2-4x-21=0\}=\{-3, 7\}$ .

(1) 当  $a=\frac{2}{3}$  时,  $N=\{-3\}$ ,  $N \subseteq M$ ;

(2) 若  $N \subseteq M$ , 则  $N=\emptyset$  或  $\{-3\}$  或  $\{7\}$ .

当  $N=\emptyset$  时,  $a=0$ ; 当  $N=\{-3\}$  时,  $a=\frac{2}{3}$ ;

当  $N=\{7\}$  时,  $a=-\frac{2}{7}$ .

综上, 集合  $C=\{0, \frac{2}{3}, -\frac{2}{7}\}$ .

**点评:** 注意对集合  $N$  进行分类讨论, 分为  $N=\emptyset, N=\{-3\}, N=\{7\}$  三种情况.

### 考点三 集合的基本运算

**例 4** 已知集合  $A=\{x|2x^2-7x+3<0\}$ ,  $B=\{x||x| \geq a\}$ .

(1) 若  $a=2$  时, 求  $A \cap B; A \cup B; A \cap \complement_{\mathbb{R}} B; (\complement_{\mathbb{R}} A) \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)$ ;

(2) 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围;

(3) 若  $A \cup B = B$ , 求  $a$  的取值范围;

(4) 是否存在实数  $a$ , 使得  $A \cap B = \{x|1 \leq x < 3\}$ , 若存在, 求  $a$  的值; 若不存在, 请说明理由.

**解析:**  $A=\{x|2x^2-7x+3<0\}=\{x|\frac{1}{2}<x<3\}$ ,

若  $a \leq 0$  时,  $B=\mathbb{R}$ ;

当  $a > 0$  时,

(1) 当  $a=2$  时,  $B=\{x||x| \geq 2\}=\{x|x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -2\}$ ,  $\complement_{\mathbb{R}} B=\{x|-2 < x < 2\}$ ,  $A \cap B=\{x|2 \leq x < 3\}$ ;

$A \cup B=\{x|x \leq -2 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$ ;

$A \cap \complement_{\mathbb{R}} B=\{x|\frac{1}{2} < x < 2\}$ ;

$(\complement_{\mathbb{R}} A) \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)=\complement_{\mathbb{R}}(A \cup B)=\{x|-2 < x \leq \frac{1}{2}\}$ ;

(2) 因为  $A \cap B = \emptyset$ , 所以  $B=\{x|x \geq a \text{ 或 } x \leq -a\}$ , 如图 1 所示:

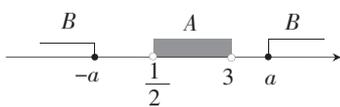


图 1

所以  $\begin{cases} -a \leq \frac{1}{2}, \\ a \geq 3, \end{cases}$  因为  $a > 0$ , 所以  $a \geq 3$ ;

(3) 因为  $A \cup B = B$ , 所以  $A \subseteq B$ ,

当  $a \leq 0$  时,  $B=\mathbb{R}$ , 所以  $A \subseteq B$ ;

当  $a > 0$  时, 如图 2 所示:

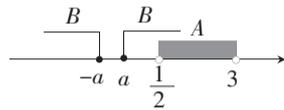


图 2

$a \leq \frac{1}{2}$ , 即  $0 < a \leq \frac{1}{2}$ , 综上所述,  $a \leq \frac{1}{2}$ .

(4) 存在实数  $a$ , 使得  $A \cap B = \{x|1 \leq x < 3\}$ , 如图 3 所示, 所以  $a=1$ .

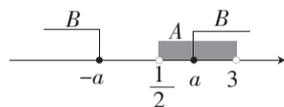


图 3

**点评:** 解不等式求出集合, 再利用数轴解题, 注意端点值的取舍.

### 真题链接

- (2019·河北) 设集合  $A=\{b, c, d\}$ , 则集合  $A$  的子集共有  A. 5 个  B. 6 个  C. 7 个  D. 8 个
- (2019·河北) 在  $\triangle ABC$  中, “ $\sin A = \sin B$ ”是“ $A=B$ ”的  A. 充分不必要条件  B. 必要不充分条件  C. 充分必要条件  D. 既不充分又不必要条件
- (2020·河北) 设  $A, B$  为两个集合, 则“ $A \subseteq B$ ”是“ $A \cap B = A$ ”的  A. 充分条件  B. 必要条件  C. 充要条件  D. 既不充分也不必要条件
- (2022·河北) 已知全集  $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $M=\{2, 4\}$ , 则集合  $M$  的补集为  A.  $\{3, 5\}$   B.  $\{1, 3, 5\}$   C.  $\{1, 2, 3\}$   D.  $\{3, 4, 5\}$
- (2020·河北) 设集合  $A=\{x||x-2|>3\}$ ,  $B=\{m|mx+1>0\}$ , 若  $m \leq 0$  为某个实数, 求  $A \cap B$ .

- (2021·河北) 设集合  $A=\{x|x^2-2x-3>0\}$ ,  $B=\{x|x^2+ax+b \leq 0\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ ,  $A \cup B = \mathbb{R}$ , 设  $\log_{2021}(a-b)$  的值.

## 第一章《集合》综合复习测试

## 一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分)

1. 已知集合  $A = \{x | -1 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | 0 < x < 3\}$ , 则  $A \cap B =$
- A.  $(-1, 3)$                       B.  $(0, 2)$   
C.  $(-1, 0)$                       D.  $(2, 3)$
2. 设集合  $A = \{x | |x| < 2\}$ ,  $B = \{-2, 0, 2\}$ , 则  $A \cup B =$
- A.  $\{x | 0 \leq x < 2\}$               B.  $\{x | -2 < x < 2\}$   
C.  $\{x | -2 \leq x < 2\}$               D.  $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$
3. 设集合  $M = \{x | 0 \leq x < 3\}$ , 则下列关系式正确的是
- A.  $0 \subseteq M$                       B.  $\{0\} \in M$   
C.  $\{0\} \subseteq M$                       D.  $M = \emptyset$
4. 设集合  $A = \{x | (x-2)(x-4) \leq 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{N} | 3x-7 \leq 8-2x\}$ , 则  $A \cap B =$  【 】
- A.  $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$               B.  $\{2, 3, 4\}$   
C.  $\{3\}$                               D.  $\{2, 3\}$
5. 下列命题为真命题的是
- A. 在  $\triangle ABC$  中,  $\sin A = \sin B$  是  $A = B$  的充要条件  
B.  $x \in \mathbf{R}, x > 1$  是  $x > 2$  的充分不必要条件  
C.  $ab \neq 0$  是  $a \neq 0$  的必要不充分条件  
D.  $b = 0$  是函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  为偶函数的充分不必要条件
6. 设  $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | 3x + a > 1\}$ , 若  $A \cap B = A$ , 则  $a$  的取值范围是
- A.  $a \geq 5$                           B.  $a > 4$   
C.  $a < -5$                         D.  $a < 4$
7. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | x(x+3) < 0\}$ ,  $B = \{x | x < -1\}$ , 则图中阴影部分表示的集合为
- 
- A.  $\{x | x > 0\}$                       B.  $\{x | -3 < x < 0\}$   
C.  $\{x | -3 < x < -1\}$               D.  $\{x | x < -1\}$
8. 已知集合  $U = \{y | y = \log_2 x, x > 1\}$ ,  $P = \{y | y = \frac{1}{x}, x > 2\}$ , 则  $\complement_U P =$  【 】
- A.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$                       B.  $(0, \frac{1}{2})$   
C.  $(0, +\infty)$                       D.  $(-\infty, 0] \cup [\frac{1}{2}, \infty)$
9. 设集合  $P = \{x | x > 1\}$ ,  $Q = \{x | x^2 - x > 0\}$ , 则下列结论正确的是 【 】
- A.  $P = Q$                           B.  $P \cup Q = \mathbf{R}$   
C.  $P \not\subseteq Q$                         D.  $Q \not\subseteq P$
10. 已知集合  $M = \{1, a^2\}$ ,  $P = \{-1, -a\}$ , 若  $M \cup P$  有三个元素, 则  $M \cap P =$  【 】
- A.  $\{0, 1\}$                         B.  $\{0\}$   
C.  $\{0, -1\}$                       D.  $\{-1\}$

## 二、填空题(本大题共 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分)

11. 已知集合  $A = \{2, 3, a\}$ ,  $B = \{1, 4\}$ , 且  $A \cap B = \{4\}$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
12. “ $a > 2$  且  $b > 2$ ”是“ $a + b > 4$ ”的 \_\_\_\_\_ 条件.
13. 设全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 集合  $A = \{2, 3\}$ , 集合  $B = \{1, 3\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$  的子集有 \_\_\_\_\_ 个.
14. 若  $A = \{x \in \mathbf{Z} | \frac{2}{x} \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 则  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_.
15. 已知集合  $A = \{x | 2x^2 - x - 6 < 0\}$ ,  $B = \{x | -m < x < m\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则  $m$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.
16. 设全集  $U = \{x \in \mathbf{N}^* | x \leq 9\}$ ,  $\complement_U(A \cup B) = \{1, 3\}$ ,  $A \cap (\complement_U B) = \{2, 4\}$ , 则  $B =$  \_\_\_\_\_.
17. 设集合  $A = \{2, 4\}$ ,  $B = \{x | ax + 2 = 0\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.
18. 设全集是数集  $U = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$ , 已知  $A = \{b, 2\}$ ,  $\complement_U A = \{5\}$ , 则  $a + b =$  \_\_\_\_\_.
19. 已知集合  $M = \{(x, y) | y = 2^x\}$ ,  $N = \{(x, y) | y = a\}$ , 若  $M \cap N = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
20. 已知命题  $p: |x - 1| \leq 2$ ,  $q: (x - 1 + m)(x - 1 - m) \leq 0 (m > 0)$ , 且  $q$  是  $p$  的必要不充分条件, 则实数  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题(本题共 5 个小题,共 40 分)

21. (7 分) 已知集合  $A = \{1, 0, x\}$ ,  $B = \{|x|, y, \lg(xy)\}$ , 且  $A = B$ , 求  $x, y$  的值.

22.(8分) 设集合  $A=\{3,5\}$ ,  $B=\{x|x^2-5x+m=0\}$ , 满足  $A \cup B=\{2,3,5\}$ .

(1) 求集合  $B$ ;

(2)  $C=\{x|ax-1=0\}$ ,  $B \cap C=C$ , 求所有满足条件的实数  $a$  的集合.

23.(8分) 若集合  $A=\{x|x^2+2x-8>0\}$ ,  $B=\{x|5-m<x<2m-1\}$ , 若  $A \cup B=\mathbf{R}$ , 求实数  $m$  的取值范围.

24.(8分) 设集合  $U$  为全体实数集,  $M=\{x|x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 5\}$ ,  $N=\{x|a+1 \leq x \leq 2a-1\}$ , 若  $N \cup M=M$ , 求实数  $a$  的取值范围.

25.(9分) 已知集合  $A=\{x|3 \leq 3^x \leq 27\}$ ,  $B=\{x|\log_2 x > 1\}$ .

(1) 分别求  $A \cap B$ ,  $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cup A$ ;

(2) 已知集合  $C=\{x|1 < x < a\}$ , 若  $C \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

# 少年素质教育报

## 职业技术教育研究中心系列产品

科目	刊号	名称	价格
语文	CN 13-0065	职教高考 语文(基础模块上) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 语文(基础模块下) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 语文(拓展模块) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 语文高考题型综合训练	48 元
	CN 13-0065	职教高考 语文仿真模拟卷+高考真题	36 元
	CN 13-0065	职教高考 语文特训专刊	40 元
	CN 13-0065	职教高考 语文作文导写〈一本通〉	36 元
科目	刊号	名称	价格
数学	CN 13-0065	职教高考 数学(基础模块上) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 数学(基础模块下) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 数学(拓展模块) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 数学高考题型综合训练	48 元
	CN 13-0065	职教高考 数学仿真模拟卷+高考真题	36 元
	CN 13-0065	职教高考 数学特训专刊	40 元
科目	刊号	名称	价格
英语	CN 13-0065	职教高考 英语(基础模块上) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 英语(基础模块下) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 英语(拓展模块) 章节强化周周练	
	CN 13-0065	职教高考 英语高考题型综合训练	50 元
	CN 13-0065	职教高考 英语仿真模拟卷+高考真题	36 元
	CN 13-0065	职教高考 英语特训专刊	40 元

本册主编：江冰 吴书灵 报社地址：河北省石家庄市天苑路3号  
 本册副主编：高翔 郝翠芳 邮编：050071  
 李翠玲 刘海青 印刷单位：石家庄市东新印刷有限公司  
 王战平 杨秀云 编辑部电话：0311-80787226  
 发行单位：石家庄育仁科技有限公司  
 河北语辰图书销售股份有限公司  
 文字编辑：康秋芳 联系人：张书华  
 美编：尚响 发行电话：18631168849

定价：48.00 元